**Единый государственный экзамен**
**по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 13 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–13 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 . Бланк 10 −0,8

При выполнении заданий 14–20 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

При выполнении работы разрешается использовать линейку.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

***Желаем успеха!***

**Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Составитель: Школа Пифагора

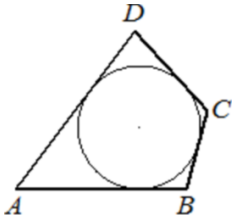




## Часть 1

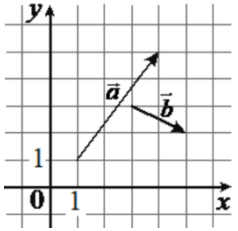
***Ответом к заданиям 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.***

**1** В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 22$, $CD = 17$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.



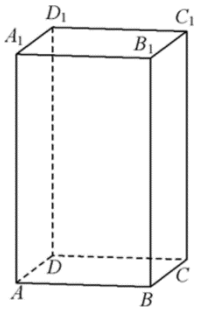

Ответ: _____.

**2** На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + 4\vec{b}$.




Ответ: _____.

**3** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки $A$, $D$, $A_1$, $B$, $C$, $B_1$ прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 3$, $AD = 4$, $AA_1 = 5$.




Ответ: _____.

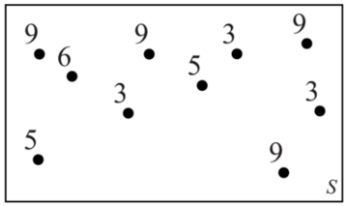
**4** В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Дании, 6 из Швеции, 4 из Норвегии и 7 из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Норвегии.

Ответ: _____.

**5** Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

Ответ: _____.

**6** На диаграмме Эйлера схематически показан случайный опыт $S$, с которым связана случайная величина $X$. Все элементарные события равновозможны, и около каждого указано соответствующее значение случайной величины $X$.




Найдите вероятность события $(X = 9)$.

Ответ: _____.

**7** Найдите корень уравнения

$(x + 3)^9 = 512$.

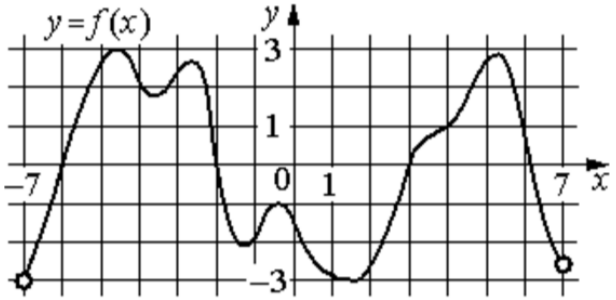
Ответ: _____.

**8** Найдите значение выражения

$\left(\sqrt{12} - \sqrt{75}\right) \cdot \sqrt{12}$.

Ответ: _____.

**9** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.




Ответ: _____.

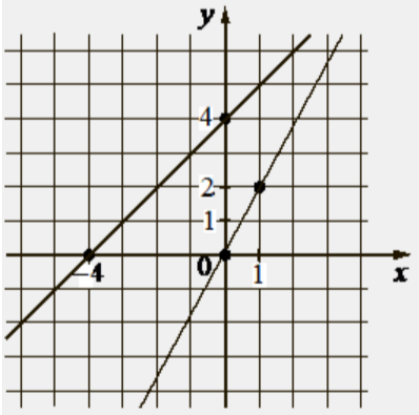
**10** Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где $t$ — время в минутах, прошедшее после начала работы лебёдки, $\omega = 50$ град./мин — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4$ град./мин$^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Определите время, прошедшее после начала работы лебёдки, если известно, что за это время угол намотки $\varphi$ достиг $2500°$. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

**11** Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 22 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 20 км/ч больше скорости другого?

Ответ: _____.

**12** На рисунке изображены графики двух линейных функций, пересекающиеся в точке $A$. Найдите абсциссу точки $A$.




Ответ: _____.

**13** В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
– платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;
– к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 971,8 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2027 года?

Ответ: _____.

***Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.***
***Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.***

## Часть 2

***Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.***

**14** а) Решите уравнение

$$2\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+2\cos^2 x = 2+\sqrt{6}\cos x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

**15** В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все рёбра равны 7. На его ребре $BB_1$ отмечена точка $K$ так, что $KB = 4$. Через точки $K$ и $C_1$ проведена плоскость $\alpha$, параллельная прямой $BD_1$.

а) Докажите, что $A_1P : PB_1 = 1:3$, где $P$ – точка пересечения плоскости $\alpha$ с ребром $A_1B_1$.
б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью $\alpha$.

**16** Решите неравенство

$$2\log_{(x^2-6x+10)^2}(5x^2+3) \le \log_{x^2-6x+10}(4x^2+7x+3).$$

**17** Если к цепи, состоящей из конденсатора, резистора и катушки индуктивности, подключить источник переменного тока, то амплитуда напряжения на катушке (в вольтах) будет подчиняться закону

$$U_L(\omega) = \frac{UL\omega}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

где $U$ — амплитуда напряжения на источнике тока, $\omega$ — частота переменного тока (в $с^{-1}$), $L$ — индуктивность катушки, $C$ — ёмкость конденсатора, $R$ — сопротивление резистора. При какой частоте $\omega$ амплитуда напряжения на катушке будет наибольшей, если $U = 180$ В, $L = 0{,}027$ Гн, $C = 10^{-5}$ Ф и $R = 20$ Ом?

**18** В треугольнике $ABC$ угол $ABC$ равен 60°. Окружность, вписанная в треугольник, касается стороны $AC$ в точке $M$.

а) Докажите, что отрезок $BM$ не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.
б) Найдите $\sin\angle BMC$, если известно, что отрезок $BM$ в 2,5 раза больше радиуса вписанной в треугольник окружности.

**19** Найдите все значения параметра $a$, при которых уравнение

$$x^2 - 2x - 6a + a^2 = |6x - 2a|$$

имеет 2 различных решения.

**20** В каждой клетке квадратной таблицы 6×6 стоит натуральное число, меньшее 7. Вася в каждом столбце находит наименьшее число и складывает шесть найденных чисел. Петя в каждой строке находит наименьшее число и складывает шесть найденных чисел.

а) Может ли сумма у Пети получиться в два раза больше, чем сумма у Васи?
б) Может ли сумма у Пети получиться в шесть раз больше, чем сумма у Васи?
в) В какое наибольшее число раз сумма у Пети может быть больше, чем сумма у Васи?

***Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.***

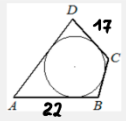

| **Составитель варианта — Евгений Пифагор** | |
|---|---|
| **Результаты:** | Результаты моих учеников:<br>• 53 человека набрали 100 баллов<br>• 789 человек набрали 90+ баллов<br><br>Личные результаты:<br>• Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике профиль<br>• Высшее образование — ТГУ (Тольятти), 2009-2014<br>• Занял 1 место в трёх олимпиадах по высшей математике, 2009-2011<br>• 15 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ |
| **ВК:** | https://vk.ru/shkolapifagora |
| **Ютуб:** | https://www.youtube.com/c/pifagor1 |

## Ответы

| Номер задания | Правильный ответ | Видео решение |
|---|---|---|
| 1 | 78 | |
| 2 | 11 | |
| 3 | 30 | |
| 4 | 0,2 | |
| 5 | 0,33 | |
| 6 | 0,4 | |
| 7 | -1 | |
| 8 | -18 | |
| 9 | 8 | |
| 10 | 25 | |
| 11 | 33 | |
| 12 | 4 | |
| 13 | 300000 | |
| 14 | а) $\pi n, \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \frac{3\pi}{4} + 2\pi n; n \in Z$<br>б) $-3\pi;\ -2\pi;\ -\frac{7\pi}{4}$ | |
| 15 | $\frac{2597}{8}$ | |
| 16 | $[0; 3) \cup (3; 7]$ | |
| 17 | 2000 | |
| 18 | 0,65 | |
| 19 | $(2-2\sqrt{5}; 4-2\sqrt{5}) \cup (0; 6) \cup (2+2\sqrt{5}; 4+2\sqrt{5})$ | |
| 20 | а) да<br>б) нет<br>в) $\frac{31}{6}$ | |

## Решения

**1** В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 22$, $CD = 17$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.




ИСТОЧНИКИ
ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2026
Основная волна (Резерв) 2025
Основная волна (Резерв) 2024
Досрочная волна 2022
Основная волна 2019

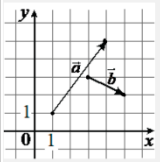
CB8C97

① $BC + AD = 22 + 17 = 39 = AB + CD$

② $P_{ABCD} = (AB + CD) + (BC + AD) = 78$

ОТВЕТ 78

**2** На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + 4\vec{b}$.




① $\vec{a}\ (3; 4)$
$\vec{b}\ (2; -1)$
$4\vec{b}\ (8; -4)$

② $\vec{a} + 4\vec{b}\ (11; 0)$

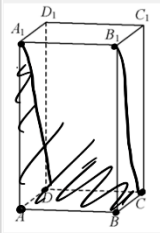
③ $|\vec{a} + 4\vec{b}| = \sqrt{11^2 + 0^2} = \sqrt{121} = 11$

ИСТОЧНИКИ
ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна (Резерв) 2026
Основная волна 2026 (9 школа)
Досрочная волна 2026
Резервная волна (Резерв) 2025
Основная волна (Резерв) 2024
Основная волна 2024

579B74

ОТВЕТ 11

**3** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки $A$, $D$, $A_1$, $B$, $C$, $B_1$ прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 3$, $AD = 4$, $AA_1 = 5$.




ИСТОЧНИКИ
ФИПИ (старый банк)
Основная волна 2024
Досрочная волна 2023

C352F6

$V_{пар.} = \frac{1}{2} \cdot V_{пар.} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 30$

ОТВЕТ 30

**4** В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Дании, 6 из Швеции, 4 из Норвегии и 7 из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Норвегии.

F805D7

ИСТОЧНИКИ: ФИПИ (старый банк); ФИПИ (новый банк); Основная волна 2026; Основная волна 2025; Основная волна 2023; Основная волна 2021; Основная волна 2019; Основная волна 2018; Основная волна 2017; Основная волна 2013

$P = \frac{4}{20} = 0{,}2$

ОТВЕТ: 0,2

**5** Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

21DD4A

ИСТОЧНИКИ: ФИПИ (старый банк); ФИПИ (новый банк)

① $P(\text{выигрыша}) = 0{,}3$; $P(\text{проигр.}) = 0{,}3$; $P(\text{ничьи}) = 0{,}4$ } 1

② ВВ $0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$; ВН $0{,}3 \cdot 0{,}4 = 0{,}12$; НВ $0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}12$ } 0,33

ОТВЕТ: 0,33

**6** На диаграмме Эйлера схематически показан случайный опыт $S$, с которым связана случайная величина $X$. Все элементарные события равновозможны, и около каждого указано соответствующее значение случайной величины $X$.




Найдите вероятность события $(X = 9)$.

$P(x=9) = 0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}1 = 0{,}4$

ОТВЕТ: 0,4

**7** Найдите корень уравнения $(x+3)^9 = 512$.

F1A1A3

ИСТОЧНИКИ: ФИПИ (старый банк); ФИПИ (новый банк); Основная волна (Резерв) 2026; Резервная волна (Резерв) 2025; Основная волна (Резерв) 2023; Основная волна 2021; Основная волна (Резерв) 2019; Досрочная волна 2018; Основная волна 2017

$(x+3)^9 = 2^9$

$x + 3 = 2$

$x = -1$

ОТВЕТ: −1

**8** Найдите значение выражения $(\sqrt{12} - \sqrt{75}) \cdot \sqrt{12}$.

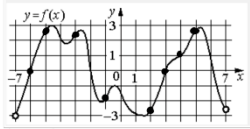
62754D

ИСТОЧНИКИ: ФИПИ (старый банк); ФИПИ (новый банк); Основная волна (Резерв) 2022; Основная волна (Резерв) 2013

$\sqrt{144} - \sqrt{900} = 12 - 30 = -18$

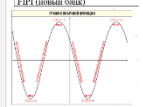
ОТВЕТ: −18

**9** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.




2E361B

ИСТОЧНИКИ: ФИПИ (старый банк); ФИПИ (новый банк)



ОТВЕТ: 8

**10** Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где $t$ — время в минутах, прошедшее после начала работы лебёдки, $\omega = 50$ град./мин — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4$ град./мин$^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Определите время, прошедшее после начала работы лебёдки, если известно, что за это время угол намотки $\varphi$ достиг 2500°. Ответ дайте в минутах.

ИСТОЧНИКИ
ГИА (старый банк)
ГИА (новый банк)

$2500 = 50 \cdot t + \frac{4 \cdot t^2}{2}$

$2t^2 + 50t - 2500 = 0 \quad |:2$

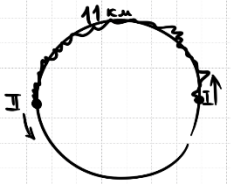
$t^2 + 25t - 1250 = 0$

$t = 25 \qquad t \neq -50$

ОТВЕТ 25

**11** Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 22 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 20 км/ч больше скорости другого?

ИСТОЧНИКИ
Основная волна (Резерв) 2017




$v_{сбл.} = 20$ км/ч

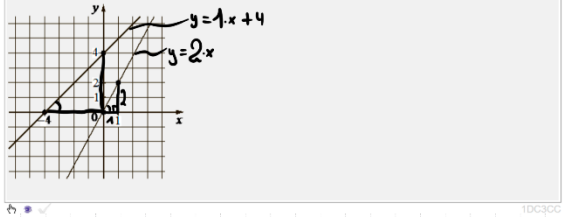
$S_{сбл} = 11$ км

$t = \frac{11 \text{ км}}{20 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = \frac{11}{20}$ ч $= \frac{11}{20} \cdot 60$ мин $= 33$ мин

ОТВЕТ 33

**12** На рисунке изображены графики двух линейных функций, пересекающиеся в точке $A$. Найдите абсциссу точки $A$.

ИСТОЧНИКИ
ГИА (старый банк)
ГИА (новый банк)
Основная волна (Резерв) 2024
Основная волна 2023
Основная волна (Резерв) 2022




$2x = x + 4$

$x = 4$

ОТВЕТ 4

**13** В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
– платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;
– к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 971,8 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2027 года?

ИСТОЧНИКИ
ГИА (старый банк)
ГИА (новый банк)
Основная волна 2022

| Дата | Сумма долга |
|---|---|
| 1 июля 2026 | 800 тыс. |
| 31 декабря 2026 | $800 \cdot 1{,}1$ б.о. (×) |
| 1 июля 2027 | $800 \cdot 1{,}1 - x$ |
| 31 декабря 2027 | $800 \cdot 1{,}1^2 - 1{,}1x$ б.в. (×) |
| 1 июля 2028 | $800 \cdot 1{,}1^2 - 1{,}1x - x$ |
| 31 декабря 2028 | $800 \cdot 1{,}1^3 - 1{,}1^2x - 1{,}1x$ б.в. |
| 1 июля 2029 | 0 |

$\Rightarrow$ б.в. $800 \cdot 1{,}1^3 - 1{,}1^2x - 1{,}1x$

О.С.В. $= 971{,}8$ тыс.

$x + x + 800 \cdot 1{,}1^3 - 1{,}1^2 \cdot x - 1{,}1x = 971{,}8$ тыс.

$\frac{800 \cdot 11^3}{10^3} - \frac{9718}{10} = \frac{11^2}{10^2}x + \frac{11}{10}x - \frac{2x}{1}$ $\quad (1, 10, 100)$

$\frac{10648 - 9718}{10} = \frac{121x + 110x - 200x}{100}$

$\frac{930}{10} = \frac{31x}{100}$

$x = \frac{93 \cdot 100}{31} = 300$ тыс. $= 300000$ р.

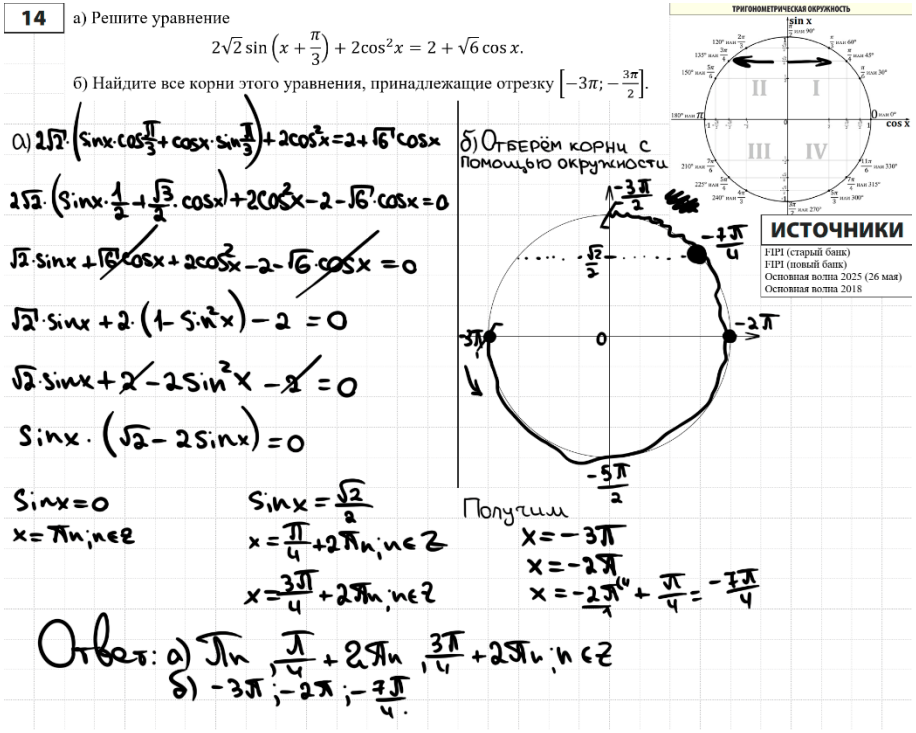
Ответ: 300000

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ №5

**14** а) Решите уравнение

$$2\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+2\cos^2 x=2+\sqrt{6}\cos x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.




| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*<br>ИЛИ<br>получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |



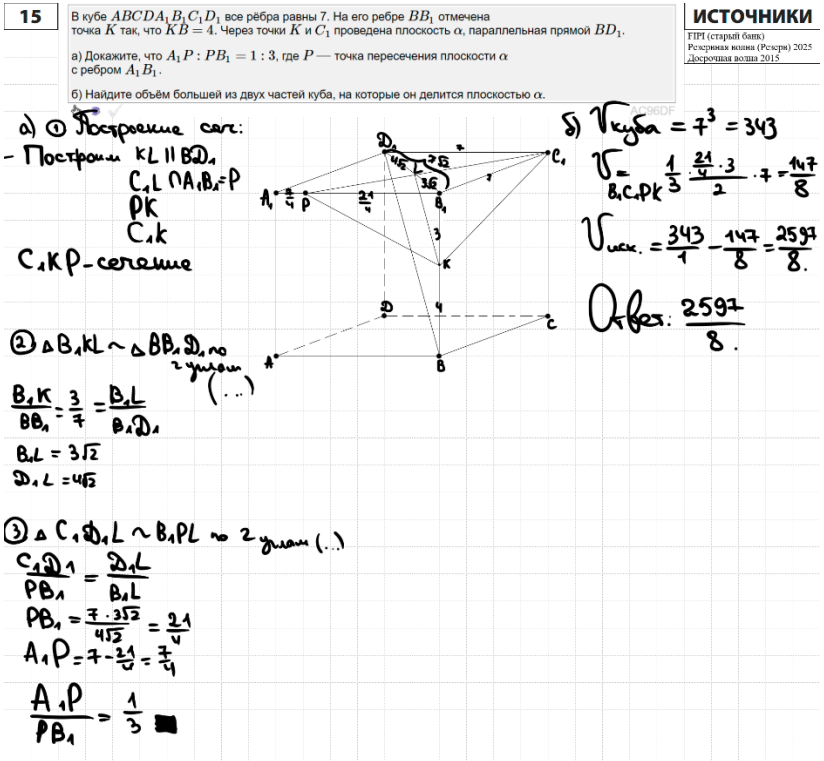




**15** В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все рёбра равны 7. На его ребре $BB_1$ отмечена точка $K$ так, что $KB=4$. Через точки $K$ и $C_1$ проведена плоскость $\alpha$, параллельная прямой $BD_1$.

а) Докажите, что $A_1P:PB_1=1:3$, где $P$ — точка пересечения плоскости $\alpha$ с ребром $A_1B_1$.

б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью $\alpha$.




| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б* | 3 |
| Получен обоснованный ответ в пункте *б*<br>ИЛИ<br>имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, но при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*,<br>ИЛИ<br>при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

**16** Решите неравенство
$2\log_{(x^2-6x+10)^2}(5x^2+3) \le \log_{x^2-6x+10}(4x^2+7x+3)$.

**ИСТОЧНИКИ**
Досрочная волна (Резерв) 2024
Основная волна 2016

$\frac{2}{2}\cdot\log_{|x^2-6x+10|}(5x^2+3) \le \log_{x^2-6x+10}(4x^2+7x+3)$

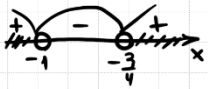
$x^2-6x+10$, т.к. $x^2-6x+10>0$

$\log_{(x-3)^2+1}(5x^2+3) \le \log_{(x-3)^2+1}(4x^2+7x+3)$

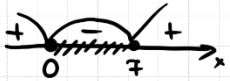
$\begin{cases} 5x^2+3 \le 4x^2+7x+3 \\ 5x^2+3>0 \\ 4x^2+7x+3>0 \\ x\neq 3 \end{cases}$

① $x^2-7x\le 0$
$x\cdot(x-7)\le 0$

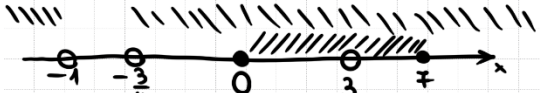
② $x$ – любое

③ 


④ $x\neq 3$




Найдём пересечение:




Ответ: $[0;3)\cup(3;7]$

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек<br>ИЛИ<br>получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**17** Если к цепи, состоящей из конденсатора, резистора и катушки индуктивности, подключить источник переменного тока, то амплитуда напряжения на катушке (в вольтах) будет подчиняться закону

$$U_L(\omega)=\frac{UL\omega}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

где $U$ – амплитуда напряжения на источнике тока, $\omega$ – частота переменного тока (в $с^{-1}$), $L$ – индуктивность катушки, $C$ – ёмкость конденсатора, $R$ – сопротивление резистора. При какой частоте $\omega$ амплитуда напряжения на катушке будет наибольшей, если $U=180$ В, $L=0{,}027$ Гн, $C=10^{-5}$ Ф и $R=20$ Ом?

① $U_L(\omega)=\frac{U\cdot L\cdot\omega}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2-2\cdot\omega L\cdot\frac{1}{\omega C}+\frac{1}{\omega^2C^2}}}=\frac{U\cdot L\cdot\omega}{\omega\sqrt{\frac{1}{\omega^2}R^2+L^2-\frac{2L}{C}\cdot\frac{1}{\omega^2}+\frac{1}{\omega^2C^2}\cdot\frac{1}{\omega^2}}}$

② Выражение $U_{L(\omega)}$ принимает наиб. знач., когда $\frac{1}{\omega^2}R^2-\frac{2L}{C}\cdot\frac{1}{\omega^2}+\frac{1}{\omega^2C^2}\cdot\frac{1}{\omega^2}$ принимает наим. знач.

③ Пусть $\frac{1}{\omega^2}=x$

Получим ф-цию $f(x)=x\cdot R^2-\frac{2\cdot L}{C}\cdot x+\frac{1}{C^2}\cdot x^2$

$x_0=\frac{-b}{2a}=\frac{\frac{2L}{C}-R^2}{\frac{2}{C^2}}=L\cdot C-\frac{R^2\cdot C^2}{2}$ – точка мин.

$x_0=\frac{27}{1000}\cdot\frac{1}{10^5}-\frac{400\cdot10^{-10}}{2}=27\cdot10^{-8}-2\cdot10^{-8}=25\cdot10^{-8}$

Значит $U_{L(\omega)}$ наиб. будет при $\frac{1}{\omega^2}=25\cdot10^{-8}$

$\omega^2=\frac{10^8}{25}=\frac{100\cdot10^6}{25}=4000000$

$\omega=2000$.

Ответ: 2000 $с^{-1}$.

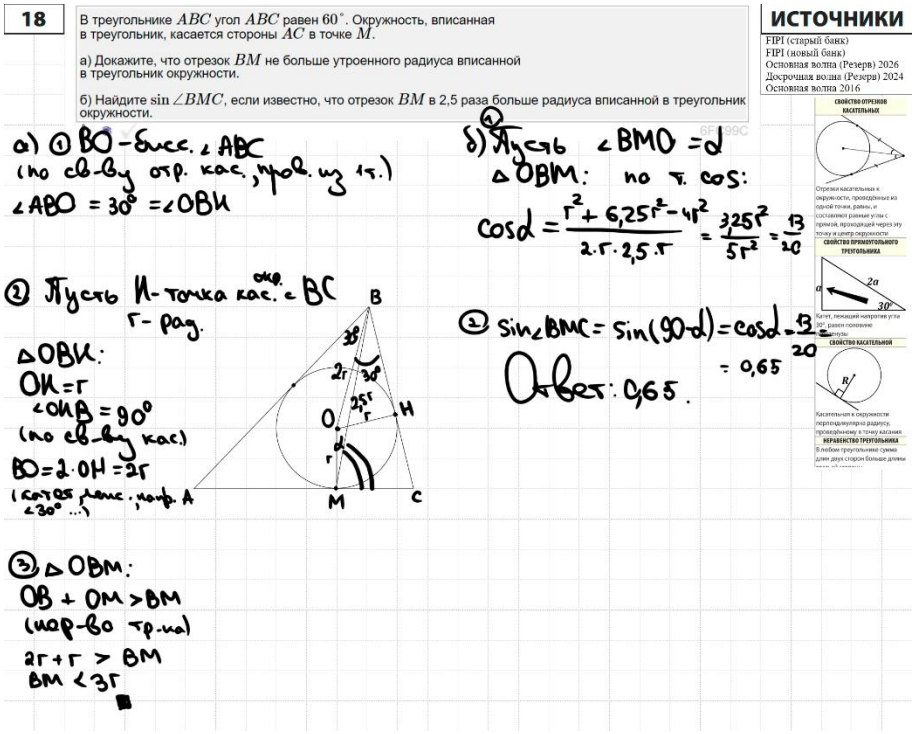
| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**18** В треугольнике $ABC$ угол $ABC$ равен $60^\circ$. Окружность, вписанная в треугольник, касается стороны $AC$ в точке $M$.

а) Докажите, что отрезок $BM$ не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.

б) Найдите $\sin\angle BMC$, если известно, что отрезок $BM$ в 2,5 раза больше радиуса вписанной в треугольник окружности.

**ИСТОЧНИКИ**
ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна (Резерв) 2026
Досрочная волна (Резерв) 2024
Основная волна 2016




| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б* | 3 |
| Получен обоснованный ответ в пункте *б*<br>ИЛИ<br>имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, но при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*,<br>ИЛИ<br>при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

Составитель: Школа Пифагора

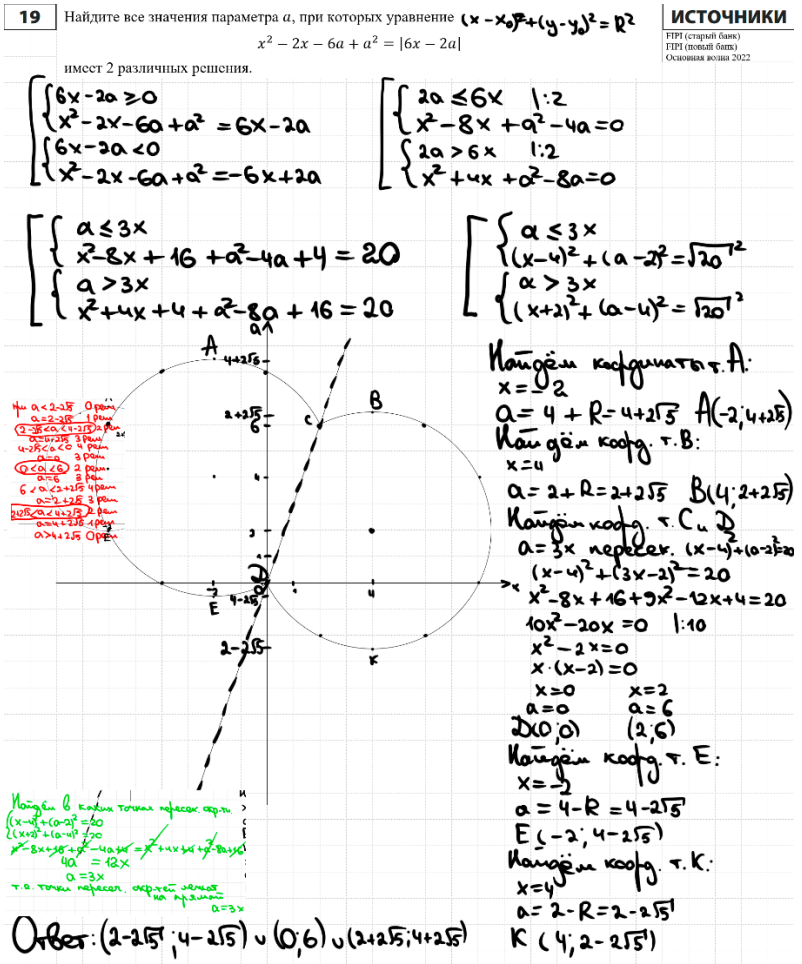


**19** Найдите все значения параметра $a$, при которых уравнение $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$

$$x^2 - 2x - 6a + a^2 = |6x - 2a|$$

имеет 2 различных решения.

**ИСТОЧНИКИ**
ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2022

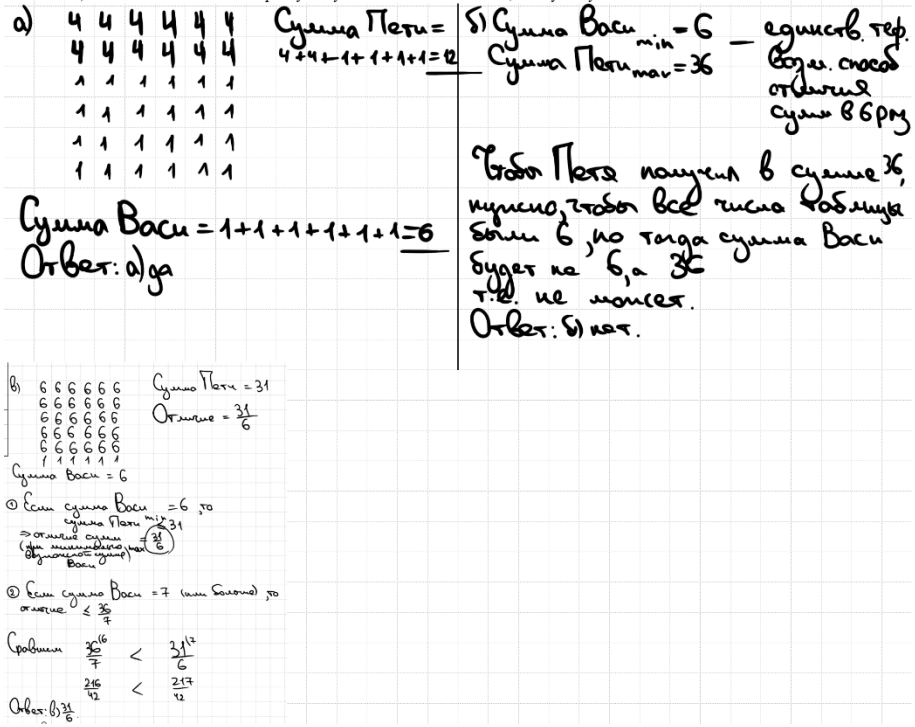



| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ | 4 |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$, отличающееся от искомого конечным числом точек | 3 |
| С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$ | 2 |
| Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$ | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 4 |

**20** В каждой клетке квадратной таблицы 6×6 стоит натуральное число, меньшее 7. Вася в каждом столбце находит наименьшее число и складывает шесть найденных чисел. Петя в каждой строке находит наименьшее число и складывает шесть найденных чисел.

**ИСТОЧНИКИ**
Основная волна (Резерв) 2017

а) Может ли сумма у Пети получиться в два раза больше, чем сумма у Васи?
б) Может ли сумма у Пети получиться в шесть раз больше, чем сумма у Васи?
в) В какое наибольшее число раз сумма у Пети может быть больше, чем сумма у Васи?




| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в* | 4 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *в* и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б* | 3 |
| Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б*<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте *в* | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 4 |