Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 13 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–13 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8. Бланк | 10 | − | 0 | , | 8 |

При выполнении заданий 14–20 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

При выполнении работы разрешается использовать линейку.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

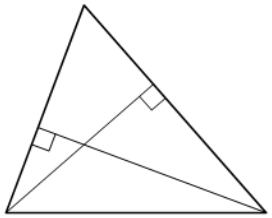
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Составитель: Школа Пифагора

Часть 1

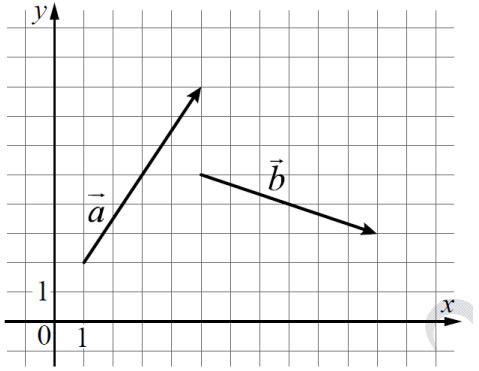
Ответом к заданиям* 1–13 *является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Две стороны треугольника равны 21 и 28. Высота, опущенная на большую из этих сторон, равна 15. Найдите высоту, опущенную на меньшую из этих сторон треугольника.



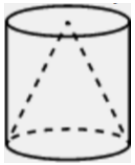
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.



Ответ: _____.

3 Конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 57.



Ответ: _____.

4 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Биолог» начнёт игру с мячом все три раза.

Ответ: _____.

5 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,06. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: _____.

6 Найдите стандартное отклонение случайной величины, имеющей распределение

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}6 \end{pmatrix}.$$

Ответ: _____.

7 Найдите корень уравнения

$$36^{x-5} = \frac{1}{6}.$$

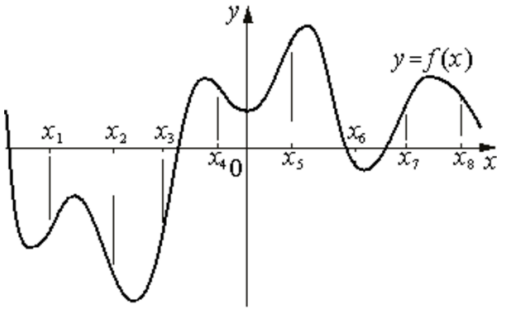
Ответ: _____.

8 Найдите значение выражения

$$12\sqrt{2}\cos(-225°).$$

Ответ: _____.

9 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены восемь точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



Ответ: _____.

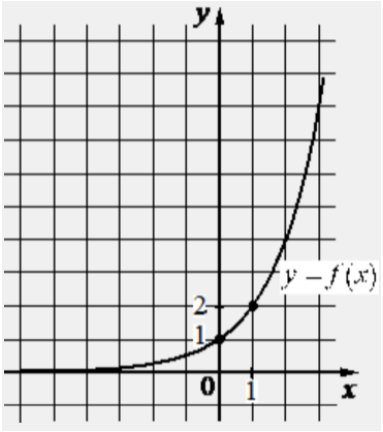
10 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 – начальная масса изотопа, t – время, прошедшее от начального момента, T – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 96 мг. Период его полураспада составляет 3 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 3 мг.

Ответ: _____.

11 Один мастер может выполнить заказ за 30 часов, а другой – за 15 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Ответ: _____.

12 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(3)$.



Ответ: _____.

13 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r, если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14 а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x \cos x + \sqrt{3}\cos^2 x = \sqrt{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

15 Точка M – середина ребра AA_1 треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, в основании которой лежит треугольник ABC. Плоскость α проходит через точки B и B_1 перпендикулярно прямой C_1M.

а) Докажите, что одна из диагоналей грани ACC_1A_1 равна одному из рёбер этой грани.
б) Найдите расстояние от точки C до плоскости α, если плоскость α делит ребро AC в отношении 1:3, считая от вершины A, $AC = 10$, $AA_1 = 12$.

16 Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 5^{2x} - 3 \cdot 5^x \cdot 2^{x+1} + 4^{x+1}}{10^x - 2^{2x}} \leq 1.$$

17 Источник постоянного напряжения имеет электродвижущую силу $\varepsilon = 40$ В и внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Сила тока в цепи при подключении к этому источнику нагрузки определяется законом Ома:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R},$$

где R – сопротивление нагрузки (в омах). Тепловая мощность в ваттах, выделяемая на нагрузке, равна $P = I^2R$ (закон Джоуля-Ленца).
Найдите наибольшую возможную тепловую мощность P, которую может выделять этот источник.

18 В прямоугольную трапецию $ABCD$ с прямым углом при вершине A и острым углом при вершине D вписана окружность с центром O. Прямая DO пересекает сторону AB в точке M, а прямая CO пересекает сторону AD в точке K.

а) Докажите, что $\angle AMO = \angle DKO$.
б) Найдите площадь треугольника AOM, если $BC = 10$ и $AD = 15$.

19 Найдите все значения a, при которых уравнение

$$(\operatorname{tg} x + 6)^2 - (a^2 + 2a + 8)(\operatorname{tg} x + 6) + a^2(2a + 8) = 0$$

имеет на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ ровно два решения.

20 Имеется 10 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел $1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11$. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел $1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11$. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные десять сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?
б) Может ли в результате получиться 1?
в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Составитель варианта — Евгений Пифагор	
Результаты:	Результаты моих учеников: • 53 человека набрали 100 баллов • 789 человек набрали 90+ баллов Личные результаты: • Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике профиль • Высшее образование — ТГУ (Тольятти), 2009-2014 • Занял 1 место в трёх олимпиадах по высшей математике, 2009-2011 • 15 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
ВК:	https://vk.ru/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ №6

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ №6

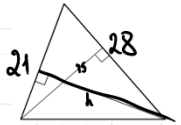
Ответы

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	20	
2	12	
3	171	
4	0,125	
5	0,069	
6	0,9	
7	4,5	
8	-12	
9	4	
10	15	
11	10	
12	8	
13	17	
14	а) $\pi n, \pm\frac{\pi}{6}+2\pi n; n \in Z$ б) $3\pi;\ \frac{23\pi}{6};\ 4\pi$	
15	6	
16	$(-\infty; 0) \cup (0; 1]$	
17	400	
18	30	
19	$\left(-\sqrt{6}; -2\right) \cup (-2; -1) \cup \{4\}$	
20	а) нет б) нет в) 4	

Решения

1 Две стороны треугольника равны 21 и 28. Высота, опущенная на большую из этих сторон, равна 15. Найдите высоту, опущенную на меньшую из этих сторон треугольника.

ИСТОЧНИКИ: ГИА (старый банк); ГИА (новый банк); Основная волна 2023; Основная волна 2017; Досрочная волна 2016



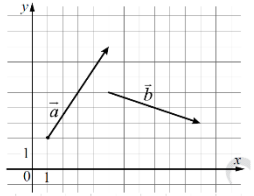
$S = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 15 = \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot h$

$h = \frac{28 \cdot 15}{21} = 20$

ОТВЕТ 20

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

ИСТОЧНИКИ: ГИА (старый банк); ГИА (новый банк); Демо 2026; Демо 2025; Пересдача 2024; Досрочная волна 2024; Демо 2024



① $\vec{a}\ (4;6)$, $\vec{b}\ (6;-2)$

② $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot 6 + 6 \cdot (-2) = 12$

ОТВЕТ 12

3 Конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 57.

ИСТОЧНИКИ: ГИА (старый банк); ГИА (новый банк); Досрочная волна 2026; Основная волна 2023; Основная волна 2022; Основная волна 2021; Основная волна 2019; Основная волна 2017; Основная волна (Резерв) 2013



① $V_к = 57 = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

$\pi R^2 h = 171$

② $V_ц = \pi R^2 \cdot h = 171$

ОТВЕТ 171

4 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Биолог» начнёт игру с мячом все три раза.

A203F4

ИСТОЧНИКИ: ФИПИ (старый банк); ФИПИ (новый банк); Основная волна (Резерв) 2026; Основная волна 2025 (26 мая); Досрочная волна 2025; Досрочная волна 2023; Досрочная волна 2019; Досрочная волна 2017

ВВВ ВВП ВПВ ВПП ППП ППВ ПВП ПВВ

$P = \frac{1}{8} = 0{,}125$

ОТВЕТ 0,125

5 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,06. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

91D905

ИСТОЧНИКИ: ФИПИ (старый банк); ФИПИ (новый банк); Пересдача 2026; Основная волна 2026; Основная волна (Резерв) 2025; Пересдача 2024; Основная волна 2023; Основная волна 2022; Досрочная волна 2022

$P(\text{бат. забрак.}) = P(\text{бат. хор., но забрак.}) + P(\text{бат. плохой, при этом справедливо забрак.})$

$0{,}99 \cdot 0{,}06 + 0{,}01 \cdot 0{,}96$

$\frac{99}{100} \cdot \frac{6}{100} + \frac{1}{100} \cdot \frac{96}{100} = \frac{594}{10000} + \frac{96}{10000} = \frac{690}{10000} = 0{,}069$

ОТВЕТ 0,069

6 Найдите стандартное отклонение случайной величины, имеющей распределение

x	1	2	3
p	0,3	0,1	0,6

$\sigma_{\text{станд.}} = \sqrt{D}$

$D(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

① $E(X) = 1 \cdot 0{,}3 + 2 \cdot 0{,}1 + 3 \cdot 0{,}6 = 2{,}3$

② $E(X^2) = 1^2 \cdot 0{,}3 + 2^2 \cdot 0{,}1 + 3^2 \cdot 0{,}6 = 6{,}1$

③ $D(X) = 6{,}1 - 2{,}3^2 = 6{,}1 - 5{,}29 = 0{,}81$

④ $\sigma = \sqrt{0{,}81} = 0{,}9$

ОТВЕТ 0,9

7 Найдите корень уравнения $36^{x-5} = \frac{1}{6}$.

40B30A

ИСТОЧНИКИ: ФИПИ (старый банк); ФИПИ (новый банк); Досрочная волна 2015

$(6^2)^{x-5} = 6^{-1}$

$6^{2x-10} = 6^{-1}$

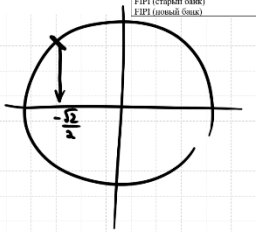
$2x - 10 = -1$

$2x = -1 + 10 = 9$

$x = 4{,}5$

ОТВЕТ 4,5

8 Найдите значение выражения $12\sqrt{2}\cos(-225°)$.

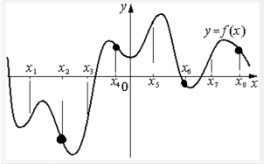


ИСТОЧНИКИ: ФИПИ (старый банк); ФИПИ (новый банк)

$12\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{12\sqrt{4}}{2}$

ОТВЕТ −12

9 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены восемь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



A2CAD3

ИСТОЧНИКИ: ФИПИ (старый банк); ФИПИ (новый банк); Основная волна 2026; Основная волна (Резерв) 2025; Основная волна 2023; Досрочная волна 2015; Основная волна (Резерв) 2013; Демо 2024; Демо 2023; Демо 2022; Демо 2021; Демо 2020; Демо 2019; Демо 2018; Демо 2017; Демо 2016; Демо 2015

ОТВЕТ 4

10 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 96 мг. Период его полураспада составляет 3 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 3 мг.

ИСТОЧНИКИ: ГИА (старый банк); ГИА (новый банк); Резервная волна (Резерв) 2025; Основная волна (Резерв) 2024; Досрочная волна 2023; Основная волна 2022; Основная волна 2021

$3 = 96 \cdot 2^{-\frac{t}{3}}$

$2^{-\frac{t}{3}} = \frac{3}{96} \frac{1}{32}$

$2^{-\frac{t}{3}} = 2^{-5}$

$-\frac{t}{3} = -5$

$t = 15$

ОТВЕТ 15

11 Один мастер может выполнить заказ за 30 часов, а другой — за 15 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

ИСТОЧНИКИ: ГИА (старый банк); ГИА (новый банк); Основная волна (Резерв) 2026; Досрочная волна 2025; Основная волна 2024

	Пр-ть	Время	Кол-во зак.
I	$\frac{1}{30}$ з/ч	30 ч	1 з.
II	$\frac{1}{15}$ з/ч	15 ч	1 з.
Вместе	$\frac{1}{x}$ з/ч	x ч	1 з

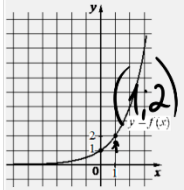
$\frac{1}{30} + \frac{1}{15} = \frac{1}{x}$

$\frac{3}{30} = \frac{1}{x}$

$x = 10$

ОТВЕТ 10

12 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(3)$.



ИСТОЧНИКИ: ГИА (старый банк); ГИА (новый банк); Основная волна (Резерв) 2026; Основная волна 2026; Демо 2026; Пересдача 2025; Основная волна 2024; Досрочная волна 2023; Основная волна 2022

① $2 = a^1$

$a = 2$

$f(x) = 2^x$

② $f(3) = 2^3 = 8$

ОТВЕТ 8

13 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r, если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

ИСТОЧНИКИ: ГИА (старый банк); ГИА (новый банк)

Дата	Сумма долга
1 июля	7 млн
1 янв.	7в
1 июля	6,3 (было 6,3в ⇒ выбыло 7в − 6,3)
1 янв.	6,3в
1 июля	5,6 (было 6,3в ⇒ выбыло 6,3в − 5,6)
1 янв.	5,6в
1 июля	4,9 (было 5,6в ⇒ выбыло 5,6в − 4,9)
...	
1 янв.	0,7в
1 июля	0 (было 0,7в ⇒ выбыло 0,7в)

$0{,}7в \geq 0{,}819 \quad | : \frac{7}{10}$

$в \geq \frac{819 \cdot 10}{1000 \cdot 7}$

$в \geq 1{,}17$

$1 + \frac{r}{100} \geq 1 + \frac{17}{100}$

$r \geq 17$

$r = 17$

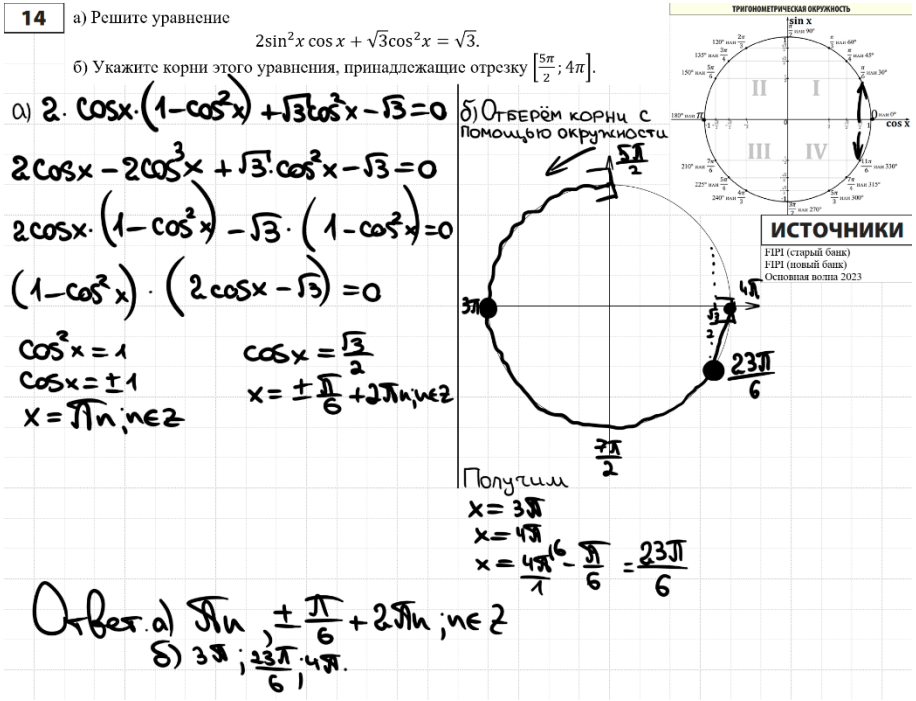
Ответ: 17.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ №6

14 а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x \cos x + \sqrt{3}\cos^2 x = \sqrt{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.



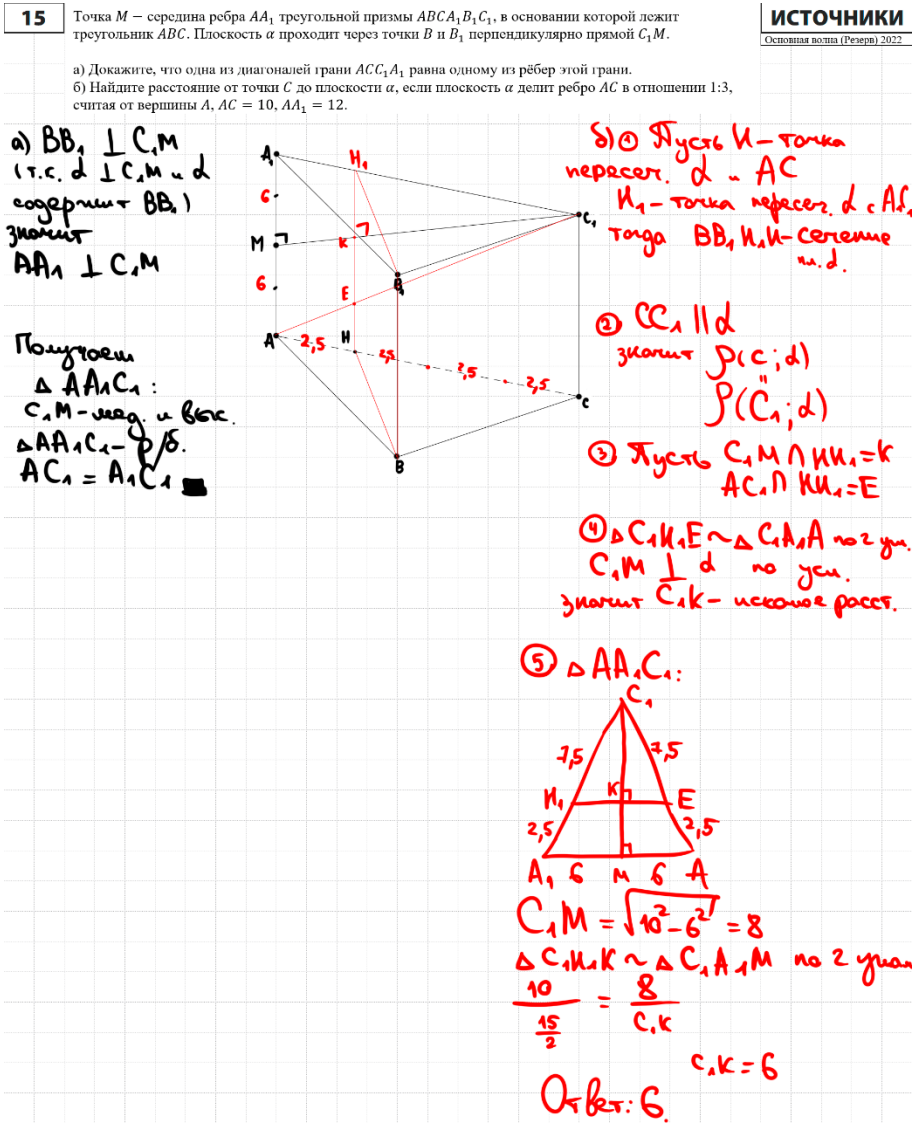
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 Точка M — середина ребра AA_1 треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, в основании которой лежит треугольник ABC. Плоскость α проходит через точки B и B_1 перпендикулярно прямой C_1M.

ИСТОЧНИКИ Основная волна (Резерв) 2022

а) Докажите, что одна из диагоналей грани ACC_1A_1 равна одному из рёбер этой грани.

б) Найдите расстояние от точки C до плоскости α, если плоскость α делит ребро AC в отношении 1:3, считая от вершины A, $AC = 10$, $AA_1 = 12$.



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, но при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

16 Решите неравенство

$$\frac{2\cdot(5^x)^2-3\cdot 5^x\cdot 2^{x+1}+4^{x+1}}{10^x-(2^x)^2}\le 1.$$

ИСТОЧНИКИ

Пересдача 2024
Досрочная волна 2018

$$\frac{2\cdot 25^x-3\cdot 5^x\cdot 2^x\cdot 2+4\cdot 4^x}{10^x-4^x}-\frac{1}{1}\le 0 \quad (10^x-4^x)$$

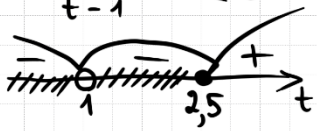
$$\frac{2\cdot 25^x-6\cdot 10^x+4\cdot 4^x-10^x+4^x}{10^x-4^x}\le 0$$

$$\frac{2\cdot 25^x-7\cdot 10^x+5\cdot 4^x}{10^x-4^x}\le 0 \quad \left|\begin{array}{l}:4^x\\:4^x\end{array}\right.$$

$$\frac{2\cdot\left(\frac{25}{4}\right)^x-7\cdot\left(\frac{10}{4}\right)^x+5}{\left(\frac{10}{4}\right)^x-1}\le 0$$

Пусть $\left(\frac{5}{2}\right)^x=t$

$$\frac{2t^2-7t+5}{t-1}\le 0$$



$$\left[\begin{array}{l}t<1\\1<t\le 2{,}5\end{array}\right.$$

$\left(\frac{5}{2}\right)^x<\left(\frac{5}{2}\right)^0$ $\quad x<0$

$\left(\frac{5}{2}\right)^0<\left(\frac{5}{2}\right)^x\le\left(\frac{5}{2}\right)^1$ $\quad 0<x\le 1$

Ответ: $(-\infty;0)\cup(0;1]$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

17 Источник постоянного напряжения имеет электродвижущую силу $\varepsilon = 40$ В и внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Сила тока в цепи при подключении к этому источнику нагрузки определяется законом Ома:

$$I=\frac{\varepsilon}{r+R},$$

где R – сопротивление нагрузки (в омах). Тепловая мощность в ваттах, выделяемая на нагрузке, равна $P=I^2R$ (закон Джоуля-Ленца).

Найдите наибольшую возможную тепловую мощность P, которую может выделять этот источник.

ПРОИЗВОДНЫЕ

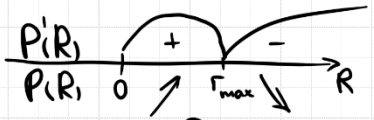
1	$(C)'=0$
2	$x'=1$
3	$(Cx)'=C$
4	$(x^n)'=n\cdot x^{n-1}$
5	$(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$
6	$(U\cdot V)'=U'V+UV'$
7	$\left(\frac{U}{V}\right)'=\frac{U'V-UV'}{V^2}$
8	$(U(V))'=(U(V))'\cdot V'$
9	$(\sin x)'=\cos x$
10	$(\cos x)'=-\sin x$
11	$(\operatorname{tg} x)'=\frac{1}{\cos^2 x}$
12	$(\operatorname{ctg} x)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$
13	$(e^x)'=e^x$
14	$(a^x)'=a^x\cdot\ln a$
15	$(\ln x)'=\frac{1}{x}$
16	$(\log_a b)'=\frac{1}{b\cdot\ln a}$

$$P(R)=\frac{\varepsilon^2\cdot R}{(r+R)^2}$$

Найдём наиб. знач. $P(R)$ при $R\ge 0$

$$P'(R)=\frac{\varepsilon^2\cdot(r+R)^2-\varepsilon^2\cdot R\cdot 2\cdot(r+R)}{(r+R)^4}=\frac{\varepsilon^2\cdot(r+R)\cdot(r+R-2R)}{(r+R)^4}=$$

$$=\frac{\varepsilon^2\cdot(r-R)}{(r+R)^3}$$



$$P(R)_{наиб}=P(R=r=1)=\frac{40^2\cdot 1}{(1+1)^2}=400$$

Ответ: 400 Вт.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

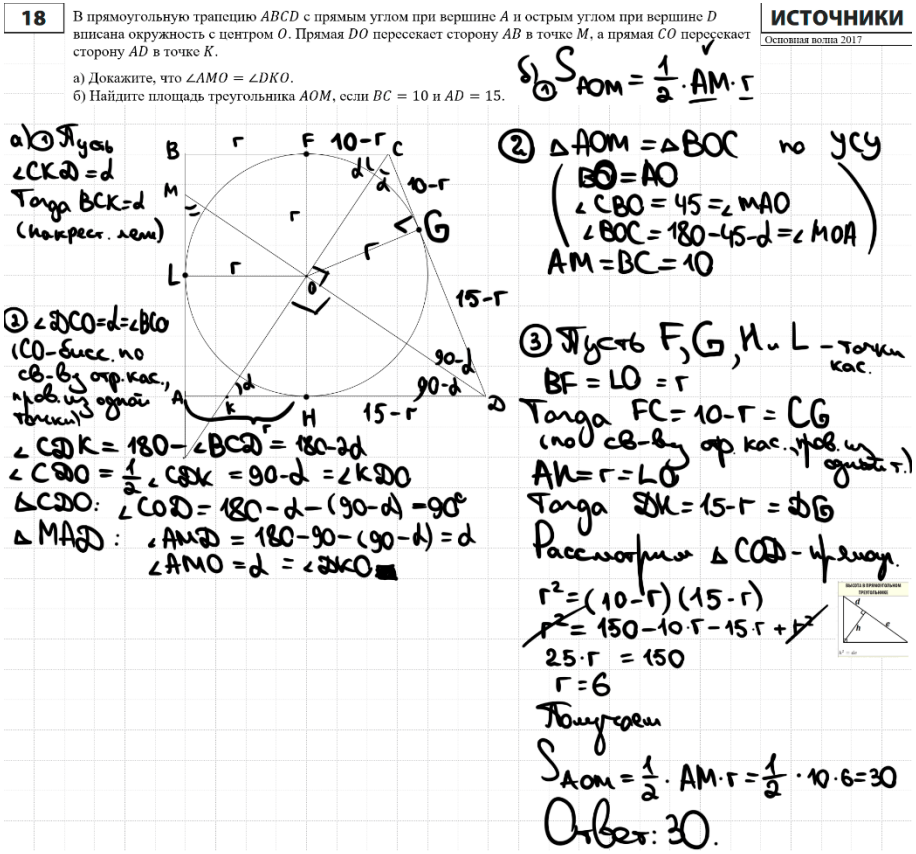
18 В прямоугольную трапецию $ABCD$ с прямым углом при вершине A и острым углом при вершине D вписана окружность с центром O. Прямая DO пересекает сторону AB в точке M, а прямая CO пересекает сторону AD в точке K.

а) Докажите, что $\angle AMO = \angle DKO$.

б) Найдите площадь треугольника AOM, если $BC = 10$ и $AD = 15$.

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2017



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, но при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

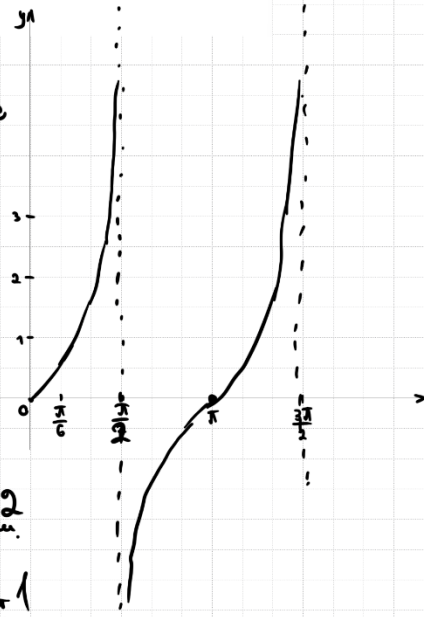
19 Найдите все значения a, при которых уравнение

$$(\operatorname{tg} x + 6)^2 - (a^2 + 2a + 8)(\operatorname{tg} x + 6) + a^2(2a + 8) = 0$$

имеет на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ ровно два решения.

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2014



Пусть $(\operatorname{tg} x + 6) = t$

$t^2 - (a^2 + 2a + 8) \cdot t + a^2 \cdot (2a + 8) = 0$

$\begin{cases} t_1 + t_2 = a^2 + 2a + 8 \\ t_1 \cdot t_2 = a^2 \cdot (2a + 8) \end{cases}$

$t_1 = a^2 \quad t_2 = 2a + 8$

$\left[\begin{array}{l} \operatorname{tg} x + 6 = a^2 \\ \operatorname{tg} x + 6 = 2a + 8 \end{array}\right.$

1 случай

$a^2 = 2a + 8$

$a^2 - 2a - 8 = 0$

$a = 4 \quad a = -2$

Если $a = 4$, то

$\operatorname{tg} x + 6 = 16$

$\operatorname{tg} x = 10$ даст 2 реш.

Если $a = -2$, то

$\operatorname{tg} x + 6 = 4$

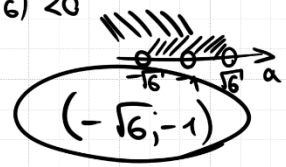
$\operatorname{tg} x = -2$ даст 1 реш.

$a \neq -2$

2 случай когда оба корня не равны нулю и не совпадают

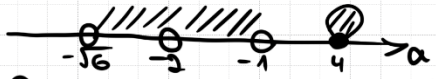
$\begin{cases} a^2 - 6 < 0 \\ 2a + 8 - 6 < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (a - \sqrt{6})(a + \sqrt{6}) < 0 \\ a < -1 \end{cases}$



$(-\sqrt{6}; -1)$

Получаем:



Ответ: $(-\sqrt{6}; -2) \cup (-2; -1) \cup \{4\}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

20

Каждое из чисел $1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11$ по одному записывают на 10 карточках. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел $1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11$. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные десять сумм перемножают.

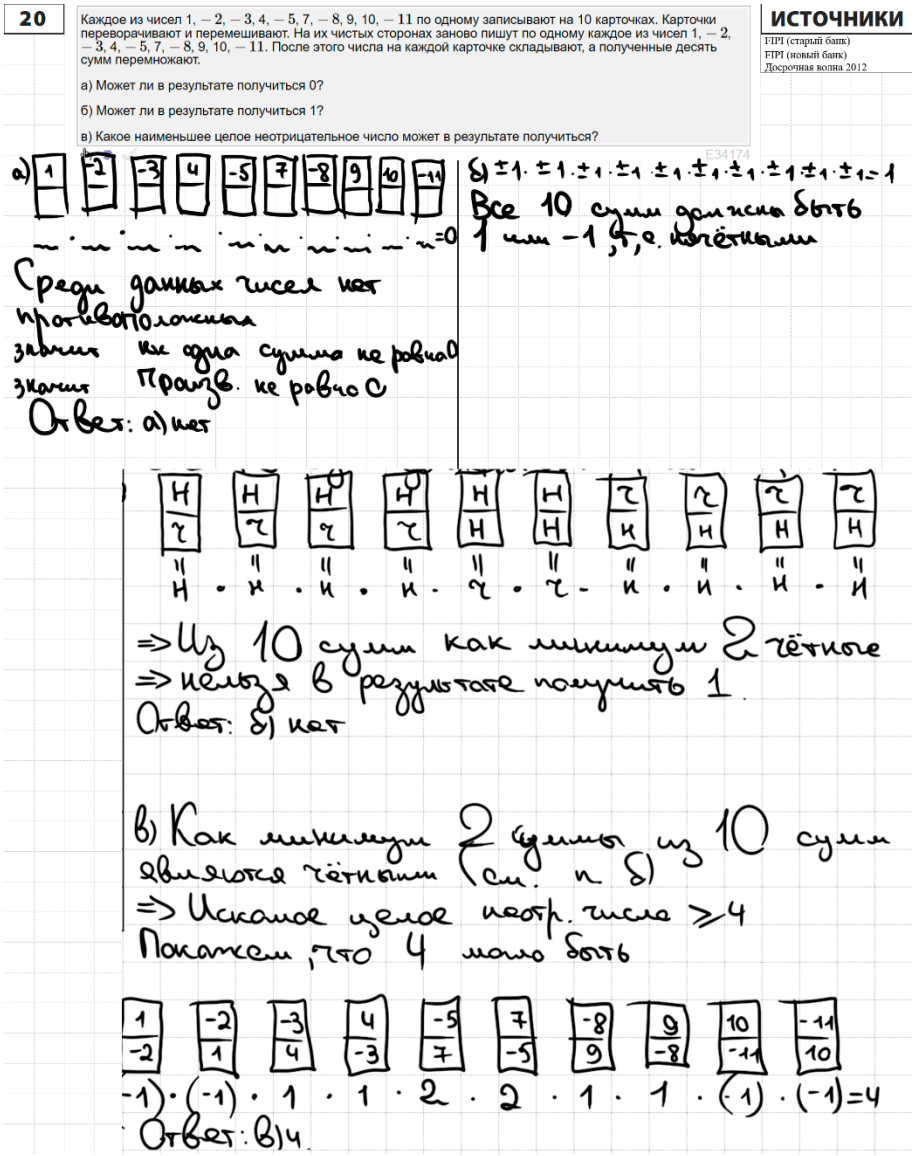
а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

ИСТОЧНИКИ

ГИРІ (старый банк)
ГИРІ (новый банк)
Досрочная волна 2012



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в* и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4